OPCIÓN A

1.- a) Discuta por qué valores de **m** el sistema siguiente es compatible:

$$\begin{cases} 4x + my + z = m + 2 \\ x + y + mz = -2\left(m+1\right) \\ 4x + y + z = m \end{cases} \qquad \textbf{(7 puntos)}$$

b) Resuélvalo en el caso en que **m = 0. (3 puntos)**

$a)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & 0 \\ 1-4m & 1-m & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & m-1 \\ 1-4m & 1-m \end{vmatrix} = (m-1)(1-4m) \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow (m-1)(1-4m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$$\forall m \in \Re - \left\{\frac{1}{4}, 1\right\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang\ (A) = 3 = Número\ de\ incógnitas \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado$$

$Si\ m = \dfrac{1}{4}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & \frac{1}{4} & 1 & \frac{9}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{10}{4} \\ 4 & 1 & 1 & \frac{1}{4} \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 1 & 4 & 9 \\ 4 & 4 & 1 & -10 \\ 16 & 4 & 4 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -15 & 0 & 49 \\ 4 & 4 & 1 & -10 \\ 0 & -12 & 0 & -35 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -60 & 0 & 196 \\ 4 & 4 & 1 & -10 \\ 0 & 60 & 0 & 175 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -60 & 0 & 196 \\ 4 & 4 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 371 \end{array}\right)$$

$rang\ (A) = 2 \neq rang\ (A/B) = 3 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$

$Si\ m = 1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -4 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow rang\ (A) = 2 \neq rang\ (A/B) = 3 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$b)$

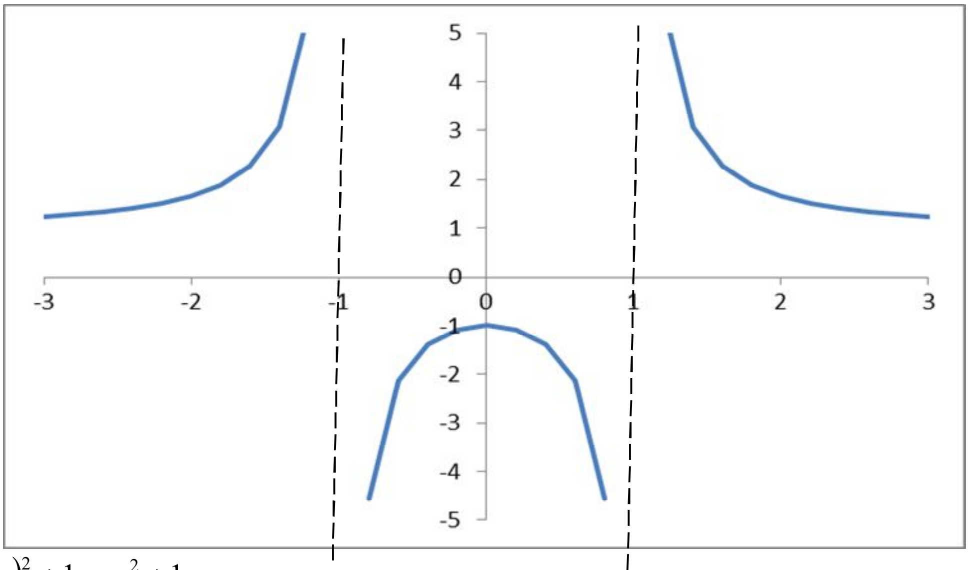
$Si\ m = 0 \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 0 + z = 2 \Rightarrow z = 2$$

$Solución \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = (0\ ,\ -2\ ,\ 2)$

2.- Consideramos la función $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

Haga un dibujo aproximado de la función anterior en el intervalo **[- 1 , 1]. (5 puntos).** Calcular el área limitada por la gráfica de la función anterior, el eje de las **X** y las rectas verticales $x=-\dfrac{1}{2}$ y $x=\dfrac{1}{2}$



$$f(-x)=\frac{(-x)^2+1}{(-x)^2-1}=\frac{x^2+1}{x^2-1}=f(x)\Rightarrow \textit{Es simétrica}$$

$$A=2\left|\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx\right|=2\int_{\frac{1}{2}}^{0}\frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \hline -x^2+1 & 1 \\ 2 & \end{array}$$

$$\int\frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx=\int\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)dx=\int dx+2\int\frac{dx}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{(x+1)(x-1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}=\frac{A(x-1)+B(x+1)}{(x+1)(x-1)}\Rightarrow A(x-1)+B(x+1)=1\Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} Si\ x=1\Rightarrow A(1-1)+B(1+1)=1\Rightarrow 2B=1\Rightarrow B=\dfrac{1}{2} \\ Si\ x=-1\Rightarrow A(-1-1)+B(-1+1)=1\Rightarrow -2A=1\Rightarrow A=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow \frac{1}{x^2-1}=\frac{-\frac{1}{2}}{x+1}+\frac{\frac{1}{2}}{x-1}$$

$$\int\frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx=\int dx-2\cdot\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x+1}+2\cdot\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x-1}=x-\int\frac{dt}{t}+\int\frac{du}{u}=x-\ln t+\ln u=x+\ln\frac{u}{t}=x+\ln\frac{x-1}{x+1}+K$$

$$\left\{\begin{array}{l} x+1=t\Rightarrow dx=dt \\ x-1=u\Rightarrow dx=du\end{array}\right.$$

$$A=2\int_{\frac{1}{2}}^{0}\frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx=2\,[x]_{\frac{1}{2}}^{0}+2\left[\ln\frac{x-1}{x+1}\right]_{\frac{1}{2}}^{0}=2\left(0-\frac{1}{2}\right)+2\left[\ln\left(\frac{0-1}{0+1}\right)-\ln\left(\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}\right)\right]=-1+\ln\left(\frac{-1}{1}\right)^2\ln\left(\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^2=$$

$$A=-1+\ln 1-\left(\ln\frac{-1}{3}\right)^2=1+0-\ln\frac{1}{9}=1+0-\ln 1+\ln 9-\Rightarrow A=(\ln 9-1)u^2$$

3. Determinar los puntos **A**, **B** y **C** de la recta $r: x-12=\dfrac{y+6}{2}=\dfrac{z-6}{3}$ 3 que están en los planos coordenados **(6 puntos)** y Determinar cuál de estos tres puntos, **A**, **B**, **C**, este a situado entre los otros dos. **(4 puntos)**

a)

$$r:\begin{cases} x=12+\lambda \\ y=-6+2\lambda \\ z=6+3\lambda \end{cases} \Rightarrow Plano\ XY \Rightarrow z=0 \Rightarrow 6+3\lambda=0 \Rightarrow 3\lambda=-6 \Rightarrow \lambda=-2 \Rightarrow A\begin{cases} x=12+(-2) \\ y=-6+2\cdot(-2) \\ z=6+3\cdot(-2) \end{cases} \Rightarrow A(10\,,-10\,,0)$$

$$Plano\ XZ \Rightarrow y=0 \Rightarrow -6+2\lambda=0 \Rightarrow 2\lambda=6 \Rightarrow \lambda=3 \Rightarrow B\begin{cases} x=12+3 \\ y=-6+2\cdot 3 \\ z=6+3\cdot 3 \end{cases} \Rightarrow B(15\,,0\,,15)$$

$$Plano\ YZ \Rightarrow x=0 \Rightarrow 12+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=-12 \Rightarrow C\begin{cases} x=12+(-12) \\ y=-6+2\cdot(-12) \\ z=6+3\cdot(-12) \end{cases} \Rightarrow C(0\,,-30\,,-30)$$

b) Hallaremos los módulos de los vectores **AB**, **AC** y **BC** y de su análisis (cuál es el de mayor longitud y cuales los menores) decidiremos cual es el punto que está entre los otros dos

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(15\,,0\,,15)-(10\,,-10\,,0)=(5\,,10\,,15) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{5^2+10^2+15^2}=\sqrt{25+100+225}=\sqrt{350}\approx 18{,}70\,u \\ \overrightarrow{AC}=(0\,,-30\,,-30)-(10\,,-10\,,0)=(-10\,,-20\,,-30) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{(-10)^2+(-20)^2+(-30)^2}=\sqrt{1400}\approx 37{,}41u \\ \overrightarrow{BC}=(0\,,-30\,,-30)-(15\,,0\,,15)=(-15\,,-30\,,-45) \Rightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{(-15)^2+(-30)^2+(-45)^2}=\sqrt{3150}\approx 56{,}12\,u \end{cases}$$

Como **BC > AC > AB** y **BC = AC + AB,** se deduce que el punto que está entre los otros dos es **A**

4.- Queremos hacer un estudio de las opiniones políticas de los estudiantes de primer curso de la UIB. Por eso, hemos tomado una muestra representativa de 500 estudiantes de primer curso y les hemos pedido qué partido votaron en las últimas elecciones. De los 500 estudiantes, 200 respondieron que votaron al PP, 100 el PSIB y el resto otras formaciones políticas.
Sabiendo que 200 de los estudiantes eran chicas, que el 40% de los votantes del PP son chicas y que el 50% de los votantes del PSIB son chicas, se pide:
a) La probabilidad de que un estudiante haya votado otras formaciones políticas y sea chica. (4 puntos)
b) La probabilidad de que un estudiante que es chico haya votado al PP. (2 puntos)
c) La probabilidad de que un estudiante que ha votado otras formaciones políticas, sea chica. (4 puntos)

Este problema es muy fácil de realizar utilizando una **tabla de contingencia** (tabla de doble entrada), y después utilizando la definición de probabilidad de Laplace (número de casos favorables partido por número de casos posibles).
M significa chica, V significa chico, PP, PSIB, Otras lo que indica el problema

	PP	PSIB	Otras	Total
M	40% de 200 (80)	50% de 100 (50)		200
V				
Total	200	100		500

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

	PP	PSIB	Otras	Total
M	40% de 200 (80)	50% de 100 (50)	**70**	200
V	**120**	**50**	**130**	**300**
Total	200	100	**200**	500

a)
La probabilidad de que un estudiante haya votado otras formaciones políticas y sea chica.

Piden **p(M∩Otras)** = $\dfrac{\text{Total chicas que han votado Otras formaciones}}{\text{Total de estudiantes}}$ = 70/500 **= 7/50 = 0'14**.

b)
La probabilidad de que un estudiante que es chico haya votado al PP.

Piden **p(PP/V)** = $\dfrac{\text{Total de chicos que han votado PP}}{\text{Total de chicos}}$ = 120/300 **= 2/5 = 0'4**.

c)
La probabilidad de que un estudiante que ha votado otras formaciones políticas, sea chica. (4 puntos)

Piden **p(M/Otras)** = $\dfrac{\text{Total de chicas que han votado Otras}}{\text{Total han votado Otras}}$ = 70/200 **= 7/20 = 0'35.**

OPCIÓN B

1.- Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$. Calcular la matriz **X** que verifica $AXB=Id=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **(10 puntos)**.

$$A^{-1}AXB=A\cdot Id\Rightarrow Id\cdot XB=A^{-1}\cdot Id\Rightarrow XB=A^{-1}\Rightarrow XBB^{-1}=A^{-1}B^{-1}\Rightarrow X\cdot Id=A^{-1}B^{-1}\Rightarrow X=A^{-1}B^{-1}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{vmatrix}=1\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\ A^t\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$|B|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=1\Rightarrow B^{-1}=\frac{1}{|B|}\cdot adj\ B^t\Rightarrow B^t=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow adj\ B^t=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow B^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}$$

2. Calcular los valores **a, b** y **c** para que la función $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+5 & si \quad x<2\\ cx+1 & si \quad x\geq 2\end{cases}$ verifique la hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo **[0 , 4] (6 puntos).** Determinar en qué punto o puntos se verifica lo que asegura el teorema. **(4 puntos)**

<u>Teorema de Rolle</u>
Sea **f(x)** una función continua en **[a , b],** derivable en **(a , b)** y que verifica que **f(a) = f(b);** entonces existe, al menos, un punto $c\in(a\ ,b)$ tal que **f'(c) = 0**
Primeramente tiene que ser **continua** en **x = 2**

$$f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=a\cdot 2^2+b\cdot 2+5=4a+2b+5\\ f(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=c\cdot 2+1\end{cases}\Rightarrow 2c+1=4a+2b+5\Rightarrow 4a+2b-2c=-4$$

Tiene que ser **derivable** en **x = 2**

$$f'(x)=\begin{cases}2ax+b & si \quad x<2\\ c & si \quad x\geq 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}f'(x)=2a\cdot 2+b=4a+b\\ \lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=c\end{cases}\Rightarrow 4a+b=c\Rightarrow 4a+b-c=0$$

$$\begin{cases}f(0)=a\cdot 0^2+b.0+5=5\\ f(4)=c\cdot 4+1\end{cases}\Rightarrow f(0)=f(4)\Rightarrow 4c+1=5\Rightarrow 4c=4\Rightarrow c=1\Rightarrow f'(d)=0$$

$$\begin{cases}f(0)=a\cdot 0^2+b\cdot 0+5=5\\ f(4)=c\cdot 4+1=4c+1\end{cases}\Rightarrow f(0)=f(4)\Rightarrow 4c+1=5\Rightarrow 4c=4\Rightarrow c=1$$

$$\begin{cases}4a+2b-2=-4\\ 4a+b-1=0\end{cases}\Rightarrow b-1=-4\Rightarrow b=-3\Rightarrow 4a-3-1=0\Rightarrow 4a=4\Rightarrow a=1$$

b)

$$f'(x)=\begin{cases}2x-3 & si \quad x<2\\ 1 & si \quad x\geq 2\end{cases}\Rightarrow f'(d)=0\Rightarrow 2x-3=0\Rightarrow 2x=3\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

3. El plano perpendicular al punto medio del segmento de extremos **P (0 , 3 , 8)** y **Q (2 , 1 , 6)** corta los ejes coordenados en los puntos **A, B** y **C.** Encontrar el área del triángulo **ABC. (10 puntos).**

El plano π tiene como vector director el vector **PQ** que es perpendicular al vector **RG**, donde **R** es el punto medio de segmento PQ y G el punto genérico del plano, y el producto escalar de ambos vectores (**PQ** y **RG**) es nulo y la ecuación pedida del plano; hallaremos, después, los puntos **A**, **B** y **C** que son los de corte del plano hallado con los ejes coordenados y el módulo del vector del semiproducto vectorial de los vectores **AB** y **AC** es el área pedida

$$\begin{cases} R\begin{cases} x=\frac{0+2}{2}=1 \\ y=\frac{3+1}{2}=2 \Rightarrow R(1,2,7) \Rightarrow \overrightarrow{RG}=(x,y,z)-(1,2,7)=(x-1,y-2,z-7) \\ z=\frac{8+6}{2}=7 \end{cases} \\ \qquad \overrightarrow{PQ}=(2,1,6)-(0,3,8)=(2,-2,-2)\equiv(1,-1,-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{RG} \Rightarrow \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RG}=0 \Rightarrow$$

$$(1,-1,-1)\cdot(x-1,y-2,z-7)=0 \Rightarrow x-1-y+2-z+7=0 \Rightarrow \pi \equiv x-y-z+8=0$$

$$Eje\ X \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \lambda-0-0+8=0 \Rightarrow \lambda=-8 \Rightarrow A\begin{cases} x=-8 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow A(-8,0,0)$$

$$Eje\ Y \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=\alpha \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow 0-\alpha-0+8=0 \Rightarrow -\alpha=-8 \Rightarrow \alpha=8 \Rightarrow B\begin{cases} x=0 \\ y=8 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow B(0,8,0)$$

$$Eje\ Z \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=\beta \end{cases} \Rightarrow 0-0-\beta+8=0 \Rightarrow \beta=8 \Rightarrow C\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=8 \end{cases} \Rightarrow C(0,0,8)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0,8,0)-(-8,0,0)=(8,8,0) \\ \overrightarrow{AC}=(0,0,8)-(-8,0,0)=(8,0,8) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 & 8 & 0 \\ 8 & 0 & 8 \end{vmatrix}=64\vec{i}-64\vec{k}-64\vec{j} \Rightarrow$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{64^2+64^2+64^2}=64\sqrt{3} \Rightarrow \acute{A}rea=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right|=\frac{1}{2}\cdot 64\sqrt{3}=32\sqrt{3}\ u^2$$

4. Consideramos la población de estudiantes que han aprobado la selectividad en la convocatoria de junio en un año determinado. Sea X la variable aleatoria que determina la proporción de estudiantes de la población anterior que elige estudiar un grado de humanidades. Esta variable aleatoria X se modela con una distribución normal de media 0'35 y desviación típica 0'1. Se pide:
a) Cuál es la probabilidad de que en un año cualquiera el 45% de los estudiantes de la población considerada estudien un grado de humanidades? (5 puntos)
b) En los últimos 10 años, en cuantos años el porcentaje de estudiantes de la población considerada que han escogido estudiar un grado de humanidades no ha superado el 30%?(5 puntos)

Consideramos la población de estudiantes que han aprobado la selectividad en la convocatoria de junio en un año determinado. Sea X la variable aleatoria que determina la proporción de estudiantes de la población anterior que elige estudiar un grado de humanidades. Esta variable aleatoria X se modela con una distribución normal de media 0'35 y desviación típica 0'1.

Tenemos X $\rightarrow$ N(μ, σ) = N(0'35, 0'1).

a)
Cuál es la probabilidad de que en un año cualquiera el 45% de los estudiantes de la población considerada estudien un grado de humanidades?

Me están pidiendo **p(X < 0’45) =** {tipifico $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ } = p(Z < $\frac{0'45 - 0'31}{0'1}$) = p(Z < 1’4) = {mirando en las tablas de la N(0,1) } = 0’9192.

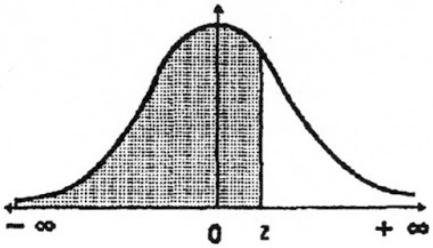
b)

En los últimos 10 años, en cuantos años el porcentaje de estudiantes de la población considerada que han escogido estudiar un grado de humanidades no ha superado el 30%?(5 puntos)

Me están pidiendo **p(X < 0’30) =** {tipifico $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ } = p(Z < $\frac{0'45 - 0'31}{0'1}$) = p(Z < -0’1) = {suceso contrario} = = 1 - p(Z < 0’1) = {mirando en las tablas de la N(0,1) } = 1 - 0’5398 **= 0’4602 = 46’02%**.

Multiplicamos la probabilidad por el número años. Tenemos **10·0’4602 = 4’6, es decir en 4’6 años.**

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.